Finanças e Economia no Excel

Minicurso de Economia e Estatística Computacionais

Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Semana Acadêmica da Economia 2012

Ronald Otto Hillbrecht

Fabrício Tourrucôo

Rodrigo Nobre Fernandez

Estrutura

Motivação

- O uso do excel em Finanças;
- O software em questão é uma ferramenta útil para a economia;

Estrutura

Demanda Linear

- Desejamos encontrar a relação entre o preço e a quantidade de um produto qualquer, dada a seguinte relação:

$$P = a - bQ$$

- Onde:
- a: é o intercepto;
- b: é a inclinação da curva;
- P: preço de mercado;
- Q: Quantidade demandada pelas famílias;
- Suponha que P e Q sejam vetores o conhecemos apenas $\overrightarrow{P}$, assim desejamos saber cada Q_i correspondentes aos $P_i' s$, isto é:

$$Q_i = \frac{1}{b}(a - P_i)$$

Estrutura

Oferta Linear

- Desejamos encontrar a relação entre o preço e a quantidade de um produto qualquer, dada a seguinte relação:

$$P = a + \frac{b}{2}Q$$

- Onde os parâmetros são os mesmos apresentados anteriormente.

- O ponto de equilíbrio pode ser obtido igualando-se as duas curvas.

Estrutura

Elasticidade Preço

- A elasticidade preço da demanda nos mostra a variação da quantidade demandada devido a uma alteração no preço do produto:
- Isto é a sensibilidade do consumidor em relação a ajustes nos preços:

$$\varepsilon = \frac{\partial Q}{\partial P}\frac{P}{Q}$$

- Suponha a função de demanda linear apresentada anteriormente:

$$P = a - bQ$$

Elasticidade Preço

- A elasticidade será dada por:

$$\varepsilon = -\frac{1}{b}\frac{P}{Q}$$

- Para a elasticidade preço temos os seguinte:

$$|\varepsilon| > 1 \text{ a demanda/oferta é elástica}$$

$$|\varepsilon| = 1 \text{ a demanda/oferta é unitária}$$

$$|\varepsilon| < 1 \text{ a demanda/oferta é inelástica}$$

Elasticidade Renda

- Suponha que a curva de demanda tenha o seguinte formato:

$$Q = a + bp + cM$$

- Através da elasticidade renda podemos verificar se o bem é normal ou inferior.

Elasticidade Cruzada

- Suponha que a curva de demanda tenha o seguinte formato:

$$Q_x = a - bP_x(+-)cP_y$$

- Através da elasticidade cruzada podemos verificar se os bens são substitutos ou Complementares.

Funções de Utilidade

- Cobb-Douglas: $U(x_1, x_2) = x_1^{\alpha} x_2^{\beta}$
- Leontief:$U(x_1, x_2) = Min\{x_1, x_2\}$
- Substitutos: $U(x_1, x_2) = x_1 + x_2$
- Preferências quase-lineares:$U(x_1, x_2) = g(x_1) + x_2$
- CES: $U(x_1, x_2) = (x_1^{\rho} + x_2^{\rho})^{1/\rho}$
- Para a solução do nosso exercício computacional, suporemos que as preferências são bem comportadas.

Estrutura

Maximização da Utilidade

- Suponha que o consumidor x deseja maximizar sua função de utilidade $U(x_1, x_2)$, no entanto, ele possui uma restrição para fazê-lo que é a sua renda:

$$\sum_{i=1}^{n} p_i x_i \leq m$$

- Para o caso de dois bens:

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 \leq m$$

- Supondo que o consumidor utiliza todo os seus recursos, ou seja, ele não poupa parte da sua renda, resolveremos este problema utilizando o solver do Excel.

Estrutura

Funções de Produção

- Cobb-Douglas: $f(x_1, x_2) = Ax_1^{\alpha}x_2^{\beta}$
- Leontief: $f(x_1, x_2) = Min\{x_1, x_2\}$
- Substitutos: $f(x_1, x_2) = x_1 + x_2$
- CES: $f(x_1, x_2) = (x_1^{\rho} + x_2^{\rho})^{1/\rho}$

Estrutura

Retorno de Fatores

- Curto Prazo: Pelo menos um dos fatores se mantém fixo;
- Longo Prazo: Todos os fatores são variáveis;
- Produto Marginal do Fator Variável: $PMgx_i = \frac{\partial f(x)}{\partial x_i}$
- Produto Médio: $PMex_i = \frac{f(x)}{x_i}$
- Elasticidade em relação aos insumos: $\varepsilon_i\left(x\right) = \frac{\partial f(x)}{\partial x_i} \frac{x_i}{f(x)}$

Elasticidade de Escala

- O conceito de rendimentos de escala define a forma com que a quantidade produzida aumenta conforme vão se agregando mais fatores de produção. Os rendimentos (ou retornos) de escala podem assumir três formas diferentes:
- Retornos constantes de escala: Se $f(tx) = t(fx), \forall t, > 0$
- Retornos crescentes de escala: Se $f(tx) = t(fx), \forall t, > 1$
- Retornos decrescentes de escala: Se $f(tx) = t(fx), \forall t, < 1$
- Podemos calcular a elasticidade de escala da seguinte forma:

$$\epsilon = \frac{\partial f(tx)}{\partial t} \frac{t}{f(x)}$$

Estrutura

Custos de Produção

- Curto Prazo: Pelo menos um dos fatores se mantém fixo;
- Longo Prazo: Todos os fatores são variáveis;
- Custo Marginal do Fator Variável: $CMgx_i = \frac{\partial C(w,y)}{\partial x}$
- Custo Médio: $CMe = \frac{C(w,y)}{y}$

Custos de Produção

- Custo Médio de Curto prazo: $\frac{CT}{y} = \frac{w_f x_f}{y} + \frac{w_v x_v}{y} = CFMe + CVMe$;
- Custo Médio no Longo Prazo: $\frac{CT}{y} = \frac{w_v x_v}{y} = CMe$
- Custo Marginal no Longo Prazo: $CMgx_i = \frac{\partial C(w,y)}{\partial x_i}$
- Ver exemplo excel de firmas tomadoras e formadoras de preços.

Modelo de Markowitz

- O modelo proposto pelo autor considera a média e a variância de de um portfólio maximizando a média e minimizando a variância.
- Este modelo foi formulado como um problema de programação quadrática para maximizar uma soma ponderada da média e da variância.
- Para compor este portfólio foram selecionadas as 4 ações que possuem maior participação no índice BOVESPA;

Modelo de Markowitz

- Considere um vetor cujos elementos sao frações do portfólio, isto é:
- $x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}$ e um vetor das médias dos retornos das ações deste portfólio $\mu = \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \mu_3 \\ \mu_4 \end{bmatrix}$

Modelo de Markowitz

- Para obtermos o retorno médio do portfólio faremos o produto interno destes vetores:

$$\mu^{'} x = \begin{bmatrix} \mu_1 & \mu_2 & \mu_3 & \mu_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}$$

- A variância do portfólio é dada pela matriz de variância-covariânciaΣ:

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} & \sigma_{14} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} & \sigma_{24} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} & \sigma_{34} \\ \sigma_{41} & \sigma_{42} & \sigma_{43} & \sigma_{44} \end{bmatrix}$$

- Onde: σ_{ij} = é a covariância dos retorno i e j

Modelo de Markowitz

- Podemos escrever a a variância do portfólio da seguinte forma:

$$x^{'}\Sigma x = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} & \sigma_{14} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} & \sigma_{24} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} & \sigma_{34} \\ \sigma_{41} & \sigma_{42} & \sigma_{43} & \sigma_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}$$

- Usando os componentes da média e da variância do portfólio podemos escrever a função critério do portfólio da seguinte forma:

$$J = \mu' x - \frac{1}{2}\beta x' \Sigma x$$

- onde:
- J = Função Critério;
- β = Peso subjetivo da variância do retorno sobre o portfólio

Modelo de Markowitz

- Em suma desejamos obter os elementos do vetor x (x_i) que maxmizam a função critério sujeita a seguintes restrições:

$$J = \mu' x - \frac{1}{2}\beta x'\Sigma x$$

sujeita a

$$\sum_{i \epsilon I} x_i = 1$$

$$x_i \geq 0$$